



FUNCIONES DE ALTURA, VOLUMEN Y FORMA PARA *Pino híbrido F2* CULTIVADO EN LA ZONA NOROESTE DE MISIONES, ARGENTINA

Aldo KELLER¹

RESUMEN

Para estimar el volumen de madera de las plantaciones forestales es necesario desarrollar ecuaciones a partir de variables de fácil medición. A partir de datos de árboles provenientes de plantaciones comerciales y ensayos de Pino híbrido F2 (*Pinus elliottii* var. *elliottii* x *P. caribaea* var. *hondurensis* F2) en los departamentos de Iguazú y Eldorado, Misiones, se ajustaron ecuaciones para la estimación de altura total, volumen total del fuste con y sin corteza, y ecuaciones de perfil de fuste para estimar diámetros del fuste y volúmenes acumulados a cualquier altura del mismo. Se usaron datos de 103 árboles, de 5 a 27 años y de 11,2 cm a 72 cm de diámetro a la altura del pecho (DAP). De cada árbol se midió el DAP, la altura total y los diámetros con y sin corteza a distintas alturas de corte del fuste. En una primera etapa se seleccionaron y ajustaron modelos clásicos de altura, volumen y forma. Luego, en base a estadísticos de bondad de ajuste y al análisis de los gráficos de dispersión de residuos se seleccionaron los mejores modelos para estimar cada variable. Para la estimación de la altura se seleccionó el modelo de Curtis, para estimar el volumen total con corteza (vcc) el modelo de Prodan, y para el volumen sin corteza se ajustó un modelo por regresión lineal simple respecto del vcc. Para estimar diámetros y volúmenes parciales con corteza se seleccionaron modelos de exponente variable (B_i dcc y B_i vacc, respectivamente).

Palabras clave: *plantaciones forestales, inventario, volumetría, ecuaciones.*

1. INTRODUCCIÓN

El Pino híbrido F2, de procedencia mayormente australiana, se planta en Misiones y Corrientes desde inicios de la década de 1990. Considerando que las plantaciones forestales se desarrollan, en general, en ciclos de producción superiores a los 10 años, es necesario realizar estimaciones del volumen de madera existente en diferentes momentos del ciclo. Existen ya varios antecedentes de desarrollos similares en la región, pero para determinadas situaciones productivas los modelos anteriores resultan inadecuados, sea porque se alcancen edades y/o tamaños de árboles fuera del rango de datos que dieron origen a esos modelos, aumentando los errores de estimación.

Los modelos de estimación de altura, conocidos como relaciones hipsométricas, se ajustan para poder estimar luego con mayor precisión el volumen, ya que, en general, con los modelos de volumen (basados en el DAP y la altura del árbol) se obtienen mejores estimaciones. Por otra parte, los modelos de forma o de perfil de fuste representan el ahusamiento o la variación del diámetro del tronco a lo largo del mismo. Generalmente lo hacen a partir del DAP, la altura total del árbol y la altura a la cual se desea realizar la estimación (hc). Estos modelos constituyen una importante herramienta para estimar el volumen de las trozas, y por extensión, el volumen de productos para diferentes destinos industriales.

En la región existen antecedentes de trabajos similares desarrollados para las principales especies forestales cultivadas, como los trabajos en *Araucaria angustifolia* (Friedl et al., 1992; Keller et al., 2014), en *Pinus caribaea* var. *caribaea* (Ferrere et al., 2001), en *Pinus taeda* (Costas et al., 2003, Crechi et al., 2006), en *Grevillea robusta* (Crechi et al., 2004) y en *Pinus elliottii*, *Pinus taeda* y *Eucalyptus grandis* (Fassola et al., 2006), entre otros, mientras que para el Pino híbrido F2 se cuenta con los trabajos de Kubsch et al. (2005), Costas et al. (2006) y Keller y Crechi (2015).

¹ Investigador Grupo Forestal INTA EEA Montecarlo. Av. El Libertador 2472 (3384) Montecarlo, Misiones. keller.aldo@inta.gob.ar; Tel 54-03751-480512



El objetivo de este trabajo fue ajustar funciones para la estimación de altura total, volumen y forma de Pino híbrido F2 a partir de la ampliación de la base de datos utilizada en trabajo publicado en el año 2015.

2. MATERIALES Y MÉTODOS

La base de datos cuenta con 103 árboles de 5 a 27 años y DAP de 11 a 72 cm, provenientes de ensayos y plantaciones comerciales con densidades iniciales de 2500 plantas por hectárea o menores, sometidos a podas y raleos según el criterio de manejo aplicado a cada caso. Los árboles se seleccionaron tratando de abarcar todo el rango diamétrico observado en cada lote o situación muestreada.

El volumen de cada troza se calculó con la fórmula de Smalian, mientras que para estimar el volumen desde el último corte comercial hasta el ápice se utilizó la fórmula de volumen del cono. Los volúmenes totales con corteza y sin corteza se obtuvieron por sumatoria de los volúmenes de todas las trozas obtenidas de cada árbol. El volumen del tocón no fue considerado.

Para ajustar una relación hipsométrica se ajustaron 7 modelos de simple y doble entrada que permiten estimar la altura total de los árboles con el DAP y la edad como variables predictoras. En el Cuadro 1 se presentan los modelos ajustados.

Cuadro 1. Modelos ajustados para la estimación de la altura total de árboles de pino híbrido F2 cultivados en la zona noroeste de la provincia de Misiones, Argentina.

Modelo	Denominación	Función
1	Lineal simple	$h = b_0 + b_1 \cdot dap$
2	Gompertz	$h = b_0 \cdot \exp(-b_1 \cdot \exp(-b_2 \cdot dap))$
3	Richards	$h = b_0 / (1 + b_1 \cdot \exp(-b_2 \cdot dap))^{(1/b_3)}$
4	Logarítmico	$h = b_0 + b_1 \cdot \ln dap$
5	Curtis	$\ln h = b_0 + b_1 / dap + b_2 / e + b_3 / (dap \cdot e)$
6	Lineal múltiple I	$h = b_0 + b_1 \cdot e + b_2 \cdot dap + b_3 \cdot e^2 + b_4 \cdot dap^2 + b_5 \cdot dap \cdot e$
7	Cuadrático	$h = b_0 + b_1 \cdot dap + b_2 \cdot dap^2$

Referencias: h: altura total (m); dap: diámetro a la altura del pecho (cm); e: edad (años); b_i: coeficientes del modelo; ln: logaritmo natural.

Luego se ajustaron 18 modelos de simple y doble entrada con el DAP y la altura total como variables predictoras del volumen total con corteza (Cuadro 2). Para estimar el volumen total sin corteza (vsc) se ajustaron varios modelos por regresión lineal simple en función del volumen total con corteza (vcc).

Cuadro 2. Modelos ajustados para la estimación del volumen total con corteza de árboles de pino híbrido F2 cultivado en la zona noroeste de la provincia de Misiones, Argentina.

Modelo	Denominación	Función
1	Brenac1	$\ln vcc = b_0 + b_1 \cdot dap + b_2 / dap$
2	Prodan	$\ln vcc = b_0 + b_1 \cdot \ln dap + b_2 \cdot \ln^2 dap + b_3 \cdot \ln h + b_4 \cdot \ln^2 h$
3	Prodan modificado	$\ln vcc = b_0 + b_1 \cdot \ln dap + b_2 \cdot \ln^2 dap + b_3 \cdot \ln^2 h$
4	Schumacher - Hall	$\ln vcc = b_0 + b_1 \cdot \ln dap + b_2 \cdot \ln h$
5	Spurr ₁	$vcc = b_0 + b_1 \cdot dap^2 \cdot h$
6	Spurr ₂	$\ln vcc = b_0 + b_1 \cdot \ln(dap^2 \cdot h)$
7	Stoate	$vcc = b_0 + b_1 \cdot dap^2 + b_2 \cdot dap^2 \cdot h + b_3 \cdot h$
8	Ogaya	$vcc = dap^2 \cdot (b_0 + b_1 \cdot h)$
9	Naslund	$vcc = b_0 + b_1 \cdot dap^2 + b_2 \cdot dap^2 \cdot h + b_3 \cdot dap \cdot h^2 + b_4 \cdot h^2$
10	Meyer	$vcc = b_0 + b_1 \cdot dap + b_2 \cdot dap^2 + b_3 \cdot dap \cdot h + b_4 \cdot dap^2 \cdot h$
11	Meyer modificada	$vcc = b_0 + b_1 \cdot dap + b_2 \cdot dap^2 + b_3 \cdot dap \cdot h + b_4 \cdot dap^2 \cdot h + b_5 \cdot h$
12	Kopezky-Gehrhard	$vcc = b_0 + b_1 \cdot dap^2$
13	Dissescu-Meyer	$vcc = b_0 \cdot dap + b_1 \cdot dap^2$
14	Hohenadl-Krenn	$vcc = b_0 + b_1 \cdot dap + b_2 \cdot dap^2$
15	Huso	$vcc = b_0 + b_1 \cdot \ln dap$
16	Spurr cuadr.	$vcc = b_0 + b_1 \cdot dap^2 \cdot h + b_2 \cdot (dap^2 \cdot h)^2$
17	Spurr cub.	$vcc = b_0 + b_1 \cdot dap^2 \cdot h + b_2 \cdot (dap^2 \cdot h)^2 + b_3 \cdot (dap^2 \cdot h)^3$
18	N/D	$\ln vcc = b_0 + b_1 \cdot \ln dap + b_2 / \ln dap$

Referencias: vcc: volumen total del fuste con corteza (m³); dap: diámetro a la altura del pecho (cm); h: altura total del árbol (m); b_i: coeficientes del modelo; ln: logaritmo natural.



El Cuadro 3 muestra los modelos ajustados para la estimación de diámetros y volúmenes acumulados a diferentes alturas los que se mencionan en Keller et al. (2013) y Scharma et al. (2001).

Cuadro 3. Modelos ajustados para estimar diámetros y volúmenes acumulados hasta diferentes alturas en árboles de pino híbrido F2 cultivados en la zona noroeste de la provincia de Misiones, Argentina.

Modelo	Nombre	Ecuación
1	Bi dcc	$dcc = (((\ln(\text{seno}(\pi/2*(hc/h)))/\ln(\text{seno}(\pi/2*(1,3/h))))^{(b_0+(b_1*\text{seno}(\pi/2*(hc/h)))+(b_2*\text{coseno}(3*\pi/2*(hc/h)))+(b_3*\text{seno}(\pi/2*(hc/h))/(hc/h)))+(b_4*dap)+(b_5*(hc/h)*(dap^{0.5})))+(b_6*(hc/h)*(b_7^{0.5}))) * dap$
2	Pol5 dcc	$dcc/dap = b_0 + b_1*(hc/h) + b_2*(hc/h)^2 + b_3*(hc/h)^3 + b_4*(hc/h)^4 + b_5*(hc/h)^5$
3	Kozak	$dcc = dap*(b_0*((hc/h)-1)+b_1*((hc/h)^2-1))^{0.5}$
4	Scharma	$dcc = (dap^2*((hc/1,3)^{(2-b_0)}*((h-hc)/(h-1,3)))^{0.5}$
5	Bi vacc	$vacc = ((\text{seno}(\pi/2*(hc/h)))^{b_0} * (\text{seno}(\pi/2*((hc/h)^{0.5})))^{b_1} * (\text{seno}(\pi/2*((hc/h)^{(1/3)})))^{b_2} * (\text{seno}(\pi/2*((hc/h)^{0.25})))^{b_3}) * vacc$
6	AmBur vacc d	$vacc = vacc*(1+b_0*(dcc^{b_1}/(dap/100)^{b_2}))$
7	AmBur vacc h	$vacc = vacc*(1+b_0*((h-hc)^{b_1}/h^{b_2}))$

Referencias: dcc: diámetro con corteza a la altura considerada (cm); hc: altura de corte considerada (m); vacc: volumen acumulado hasta la altura considerada (m³); vcc: volumen total del fuste con corteza (m³); dap: diámetro a la altura del pecho (cm); h: altura total del árbol (m); b_i: coeficientes del modelo; ln: logaritmo natural.

La evaluación de los modelos se realizó a partir del análisis de indicadores estadísticos, como el Coeficiente de determinación ajustado (R²_{aj}), Error estándar de estimación (s_{yx}), el Coeficiente de variación porcentual (CV%), entre otros. La selección de los mejores modelos se realizó a partir del R²_{aj}, el error de estimación (s_{yx}) y el análisis gráfico de los residuos. En aquellos modelos con transformación logarítmica de las variables dependientes se calculó el factor de corrección de la discrepancia logarítmica, utilizando la fórmula propuesta por Meyer en 1941.

3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En base a los indicadores de ajuste numéricos y gráficos se seleccionaron los mejores modelos para la estimación de las diferentes variables. Los modelos seleccionados, sus fórmulas de trabajo, sus estadísticos R²_{aj} y error promedio de estimación (%) se muestran en el Cuadro 4.

Cuadro 4. Modelos seleccionados para estimar alturas, diámetros y volúmenes a diferentes alturas y volumen total de árboles de pino híbrido F2 cultivado en la zona noroeste de Misiones, Argentina.

Variable	Modelo	Fórmula de trabajo	R ² _{aj} %	Error %
h	Curtis	$h = \exp(3,83154 - 7,71282/dap - 5,13251/e - 8,11564/(dap*e))$	95,88	0,3
dcc	Bi dcc	$dcc = (((\ln(\text{seno}(\pi/2*(hc/h)))/\ln(\text{seno}(\pi/2*(1,3/h))))^{(2,0173+(-0,379169*\text{seno}(\pi/2*(hc/h)))+(-0,078745*\text{cos}(3*\pi/2*(hc/h)))+(1,08529*\text{seno}(\pi/2*(hc/h))/(hc/h)))+(0,00231439*dap)+(-0,0006405*(hc/h)*(dap^{0,5}))+(0,06485*(hc/h)*(h^{0,5}))) * dap$	98,28	0,48
vacc	Bi vacc	$vacc = ((\text{seno}(\pi/2*(hc/h)))^{7,63289} * (\text{seno}(\pi/2*((hc/h)^{0,5})))^{141,698} * (\text{seno}(\pi/2*((hc/h)^{(1/3)})))^{469,251} * (\text{seno}(\pi/2*((hc/h)^{0,25})))^{392,969}) * vacc$	99,59	0,4
vcc	Prodan	$vcc = (\exp(-10,5929 + 2,7681*\ln(dap) - 0,139664*(\ln(dap))^2 + 0,594781*\ln(h) + 0,0709089*(\ln(h))^2)) * 1,004$	99,35	0,4
vsc	Multiplicativo	$vsc = 0,84336 * vcc^{1,03336}$	99,89	0,1

Referencias: h: altura total (m); dap: diámetro a la altura del pecho (cm); e: edad (años); dcc: diámetro con corteza a la altura considerada (cm); hc: altura de corte considerada (m); vacc: volumen acumulado hasta la altura considerada (m³); vcc: volumen total del fuste con corteza (m³); ln: logaritmo natural; vsc: volumen total del fuste sin corteza (m³).

En las Figuras 1, 2 y 3, se muestran los gráficos de residuos a partir de los valores observados y estimados por los modelos seleccionados.

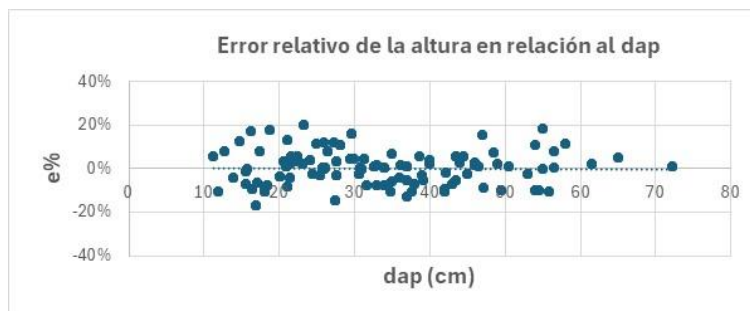


Figura 1. Distribución de errores en relación al DAP, obtenidos a partir del modelo seleccionado para estimar alturas de árboles de pino híbrido cultivado en el noroeste de Misiones.

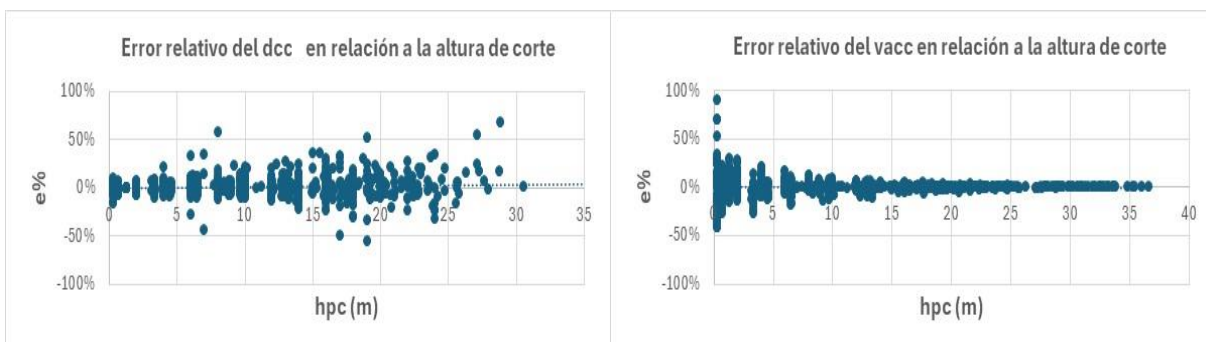


Figura 2. Distribución de errores obtenidos a partir de los modelos seleccionados para estimar diámetros y volúmenes acumulados a diferentes alturas.

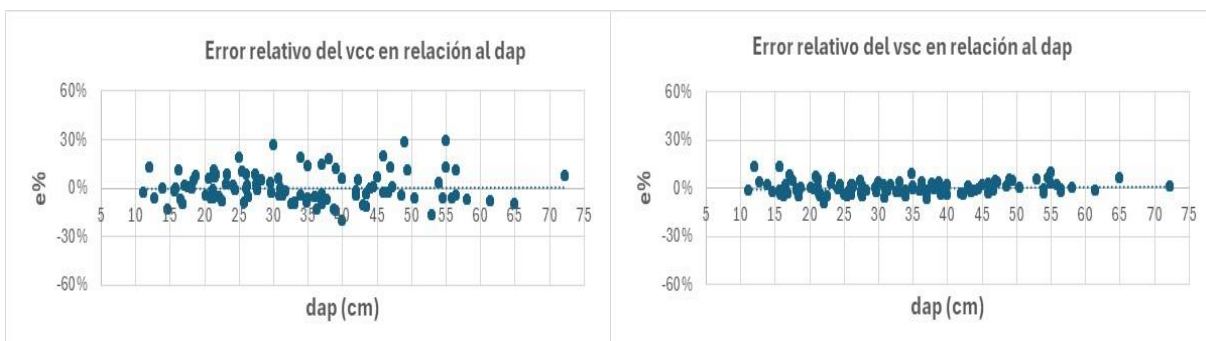


Figura 3: Distribución de errores obtenidos a partir de los modelos seleccionados para volumen con y sin corteza respectivamente, en relación al DAP.

El análisis gráfico de los residuos indica que no existen sesgos marcados en las estimaciones obtenidas con los modelos seleccionados. La tendencia del error promedio de estimación indica que los errores medios de las estimaciones son similares independientemente del diámetro del árbol y de la altura de corte considerada; sin embargo, la dispersión de los errores de estimación del volumen acumulado indica que el modelo, a pesar de ser el de mejor desempeño, no representa toda la variación observada en la base del árbol, donde se presentan grandes variaciones de forma. Aun así, el error promedio del modelo fue muy bajo (0,48%), y mejora las estimaciones en comparación con los demás modelos probados.

4. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Los modelos seleccionados son recomendables para la estimación de diámetros y volúmenes parciales y totales de árboles de pino híbrido F2 en inventarios forestales en la zona noroeste de la provincia de Misiones. Su utilización fuera de la zona geográfica y de los rangos especificados en el trabajo no es



recomendada sin ser evaluados previamente.

El modelo de Curtis, de doble entrada (DAP y edad) permite estimar las alturas totales de árboles de pino híbrido F2 para su uso en inventarios y en los modelos de volumen y forma seleccionados.

El modelo de Prodan fue el de mejor ajuste, aunque otros modelos han mostrado también buen desempeño para estimar el volumen total con corteza de árboles individuales de pino híbrido F2.

Los modelos de exponente variable presentaron mejor ajuste y son recomendados para la estimación de diámetros y volúmenes acumulados a diferentes alturas para árboles de pino híbrido F2.

La incorporación de árboles de otros sitios a la base de datos permitirá saber si existen diferentes relaciones diámetro/altura que requieran el desarrollo de otros modelos específicos.

5. AGRADECIMIENTOS

Quisiera agradecer a mis compañeros de trabajo L. Colcombet, Á. Winck, C. Bulman, D. Aquino, A. Von Wallis, L. Giménez por la colaboración prestada, así como a las empresas LIPSIA y ROBICUE que han permitido realizar el apeo y medición de los árboles que conforman la base de datos sobre la que se realizó este trabajo.

6. LITERATURA CITADA

- COSTAS, R; DE OLIVEIRA, A.; TERESZUCH, M.; WEBER, E. 2003. Funciones de forma para *Pinus taeda* L. en el Norte de Misiones. En: 10º Jornadas Técnicas Forestales y ambientales. FCF Eldorado – INTA EEA Montecarlo. Eldorado, Misiones. 7 p.
- COSTAS, R; FRIEDL, A; GONZÁLEZ, J; FOSCO, I; KUBSCH, H; KORTH, S. 2006. Funciones de volúmenes del híbrido *Pinus elliottii* var. *elliottii* x *Pinus caribaea* var. *hondurensis*. 12^{as} Jornadas Técnicas Forestales y Ambientales – FCF, UNaM – EEA Montecarlo. Eldorado, Misiones. Argentina.
- CRECHI, E.; MOSCOVICH, F.; FASSOLA, H.; HAMPEL, H.; DOMECCO, C.; MALETTI, C. 2004. Ecuaciones de volúmenes para *Grevillea robusta* A. en Misiones, Argentina. INTA EEA- Montecarlo. Informe Técnico N° 56. 12p.
- CRECHI, E.; FASSOLA H.; KELLER A.; BARTH S. 2006. Modelos de estimación del volumen individual de árboles con y sin corteza de *Pinus taeda* L. para la zona norte de Misiones, Argentina. 12^{as} Jornadas Técnicas Forestales y Ambientales – FCF, UNaM – EEA Montecarlo. Eldorado, Misiones. Argentina
- FASSOLA, H.; CRECHI, E.; KELLER A. 2006. Informe anual PAN 571: “Funciones y Algoritmos dasométricos para manejo silvícola intensivo, de aplicación en plantaciones forestales orientadas a producción de madera de alto valor agregado”. Curso de capacitación en el empleo de funciones de volumen y volumen-forma para *Pinus taeda*, *Pinus elliottii* y *Eucalyptus grandis* para distintas regiones agroecológicas de la mesopotamia argentina. Boletín Técnico N° 59. INTA EEA-Montecarlo. 23 p.
- FERRERE, P.; FASSOLA, H.; FAHLER, J.; CRECHI, E.; HENNING, A.; BUNSE, G. 2001. Funciones de volúmenes totales, parciales y de forma para *Pinus caribaea* var. *caribaea*. INTA EEA-Montecarlo. Informe técnico N° 26.
- FRIEDL, R.A.; COSTAS, R.A.; ORUÉ E.; AMARILLA A., D.C.; CINTO J.P. 1992. Funciones de forma relativa polinomiales en *Araucaria angustifolia* (Bert.) O. Ktze. Revista Yvyretá. N° 3, p.63-69.
- KELLER, A.; CRECHI, E.; MALETTI, R. 2013. Tabla de volumen para *Pinus elliottii* var. *elliottii* x *Pinus Caribaea* var. *Hondurensis* cultivado en el noroeste de la provincia de Misiones, Argentina. 4º Congreso Forestal Argentino y Latinoamericano, Iguazú 2013.
- KELLER, A.; CRECHI, E. 2014. Ecuaciones de volumen y forma para *Araucaria angustifolia* (Bertol.) Kuntze cultivada en la zona norte de la provincia de Misiones, Argentina. XVI Jornadas Técnicas Forestales y Ambientales, FCF-UNaM, Eldorado, Misiones, Argentina.
- KELLER, A.; CRECHI, E. 2015. Ecuaciones de volumen y forma para *Pinus elliottii* var. *elliottii* x *P. caribaea* var. *hondurensis* cultivado en la zona noroeste de Misiones, Argentina. XXIX Jornadas Forestales de Entre Ríos. Concordia, Entre Ríos.
- KUBSCH, H.; MOSCOVICH, F.; CRECHI, E.; VERA N. 2005. Tabla de volumen de *Pinus elliottii* var. *elliottii* x *Pinus caribaea* var. *hondurensis* (PINO HÍBRIDO) para el noroeste de la provincia de Misiones. 3º Congreso Forestal Argentino y Latinoamericano. AFOA. Corrientes. 6-9/09/05. ACTAS CD. 10 p.
- MEYER, H.A. 1941. Correction for a systematic error occurring in the application of the logarithmic volume equation. Pennsylvania Forest School Research. Paper 7. 3p.
- SHARMA M AND RICHARD G. ODERWALD 2001. Dimensionally compatible volume and taper Equations Can. J. For. Res. 31: 797–803 Can. J. For. Res. Vol. 31, 2001 NRC Canada.